

УДК 528.283:726.54(497.11)

Оригинални научни рад

МАТЕМАТИЧКОГЕОГРАФСКА АНАЛИЗА ОРИЈЕНТАЦИЈЕ ДВЕ РАНОХРИШЋАНСКЕ ЦРКВЕ У СРБИЈИ

Милутин Тадић^{*1}, Гордана Гаврић^{**}

^{*}Универзитет у Београду – Географски факултет

^{**}Завод за заштиту споменика културе - Краљево

Извод: Међу многим сакралним средњовековним грађевинама бројне су оне које су подигнуте на старим култним местима. У случајевима када средњовековним црквама претходе ранохришћанске, занимљиво је пратити разлике или подударности у њиховим оријентацијама. Да би се таквим анализама приступило систематично, неопходно је поћи од анализе оријентација уздужних оса појединих ранохришћанских базилика. За ову прилику изабрали смо две, једну у долини реке Градац код Ваљева (6. век) и другу под самим врхом Копоаника, на Небеским столицама (5/6 век). Предмет овог рада је, дакле, егзактна анализа оријентација наведених објеката. Црква у долини реке Градац је са доста тачности оријентисана у правцу запад-исток, са олтаром на истоку, наравно. Пошто је смештена на каменом гребену, са потпуно заклоњеним источним и западним делом хоризонта, градитељ се приликом постављања темеља није могао управљати према изласку или заласку сунца, већ је морао познавати егзактне методе оријентације. Уздужна оса базилике на Небеским столицама, на Копоанику, усмерена је доста тачно ка тачки изласка сунца летњег солстицијума. Пошто се налази на заравњеној платформи на близу 1 793 m надморске висине има потпуно откривен источни део хоризонта, што градитељу отвара могућност визуелног утемељења цркве у зору летњег солстицијума. Поред ове могућности, градитељ је имао и другу, у случају да није желео или могао да сачека баш тај дан, а то је могућност одређивања правца геометријском методом, помоћу аналеме.

Кључне речи: математичка географија, оријентација црква, средњи век, средњовековна Србија

Увод

Приликом егзактне анализе оријентације уздужних оса сакралних грађевина у средњовековној Србији, не треба губити из вида чињеницу да су неке од њих подигнуте на старијим грађевинама. Посебно треба обратити пажњу на старије археолошке слојеве откривене у оквиру манастир-

¹ Контакт адреса: tadic@gef.bg.ac.rs

ских целина, као што су Градац, Милешева, Ариље, Хиландар, Св. Никола и Св. Богородица у Топлици (Поповић, 1994)... Резултати новијих археолошких истраживања указују на неопходност систематских истраживања сакралне средњовековне архитектуре управо због откривања старијих фаза живљења. На оријентацију средњовековних грађевина несумњиво је утицала пренемањика, византијска и ранохришћанска традиција, тако да за полазиште наших истраживања узимамо управо две ранохришћанске грађевине. Једна се налази у долини реке Градац код Ваљева, а друга на лок. *Небеске столице* на Копаонику.

Оријентација ранохришћанске цркве у долини реке Градац

У оквиру касноантичког утврђења из 6. века, од кога су сачувани остаци бедема и две куле, налазе се и археолошки остаци цркве. Локалитет је смештен на удаљености од 2,25 km узводно од манастира Ћелије и југозападно од села Бранговић (44° 13' 18" N, 19° 51' 21" E). Са јужне стране утврђења спушта се стрми камени одсек, сликовито именован као Шарено платно.



Слика 1. - Темљи црквице у долини реке Градац: поглед дуж уздужне осе ка истоку (лево) и ка западу (десно)

Управо уз руб тог одсека смештена је црква димензија 9 m x 13 m, са апсидом приљубљеном уз стене. Овакав положај условио је потпуну заклоњеност источног сектора хоризонта. Са друге стране, лева страна клисурасте долине реке Градац заклања западни сектор хоризонта (сл. 1).

Седмог маја 2011. године извршено је мерење гномонском методом (време 15 h 10 min СЕТ + 1, угао сенке $\alpha = 34^\circ$, деклинација сунца $\delta = 16,81^\circ$, географски азимут сунца $A = 241,8^\circ$) на основу чега је одређен географски азимут уздужне осе цркве, $A = 96^{02}$ (Тадић, Петровић, 2011). То значи да уздужна оса цркве одступа 6° од источне тачке, ка југоистоку. Узимајући у обзир локацију цркве, може се рећи да је она оријентисана у складу са црквеним правилима која налажу да уздужна оса цркве мора бити усмерена *према истоку*, или *према изласку сунца* (Мирковић, 1966). Искључена је могућност да је протомајстор уздужну осу цркве усмерио посматрајући сунце при изласку или заласку (сл. 1), из чега произилази да је стране света одредио помоћу гномона, Витрувијевом методом (Тадић, Бабић, 2010): прво је помоћу гномона одредио подневачку линију (S–N), а онда помоћу грое на њу нормалан равнодневачки правац (W–E).

Оријентација ранохришћанске цркве на Небеским столицама, на Копаонику



Слика 2. - Археолошки локалитет на Небеским столицама: фотографија (лево) и авионски снимак (десно)

² Остаци зидова и темеља цркве сада не чине правилан правоугаоник тако да се азимут уздужне осе не може одредити са тачношћу већом од степен-два.

Остаци ранохришћанске цркве на Копаонику, налазе се 1 350 m југо-источно од Панчићевог врха, под гребеном Небеске столице ($43^{\circ} 15' 43''$ N, $20^{\circ} 50' 06''$ E) (сл. 2). На основу сачуваних фрагмената подног ранохришћанског мозаика, црква је датована у 5/6. век (Тошић, Рашковић, 2001).

Шестог августа 2011. године извршено је мерење угла сенке гномском методом (Тадић, Петровић, 2011) (време 15:00 h СЕТ + 1, угао сенке $\alpha = 15^{\circ}$, деклинација сунца $\delta = 16,627^{\circ}$, географски азимут сунца $A = 249^{\circ}$), на основу чега је одређен географски азимут уздужне осе цркве, $A = 54^{\circ}$. То значи да уздужна оса цркве одступа 36° од источне тачке, ка североистоку (сл. 3).



Слика 3. - Исечак оријентисаног авионског снимка са означеним азимутом уздужне осе цркве под Небеским столицама

На географској ширини цркве ($43^{\circ} 15' 43''$ N) излазеће сунце највише је удаљено од тачке истока $34,5^{\circ}$ и то летњег солстицијума³. С обзиром да се азимут уздужне осе цркве не може одредити са тачношћу већом од степен-два (из истог разлога као и азимут цркве у долини реке Градац)

³ То је максимална јутарња амплитуда сунца израчуната с узимањем у обзир угла депресије хоризонта ($1^{\circ} 18'$). Депресија хоризонта је последица велике надморске висине цркве (1 793 m).

може се закључити да је оса цркве на Небеским столицама усмерена ка тачки изласка сунца летњег солстицијума (сл. 3).

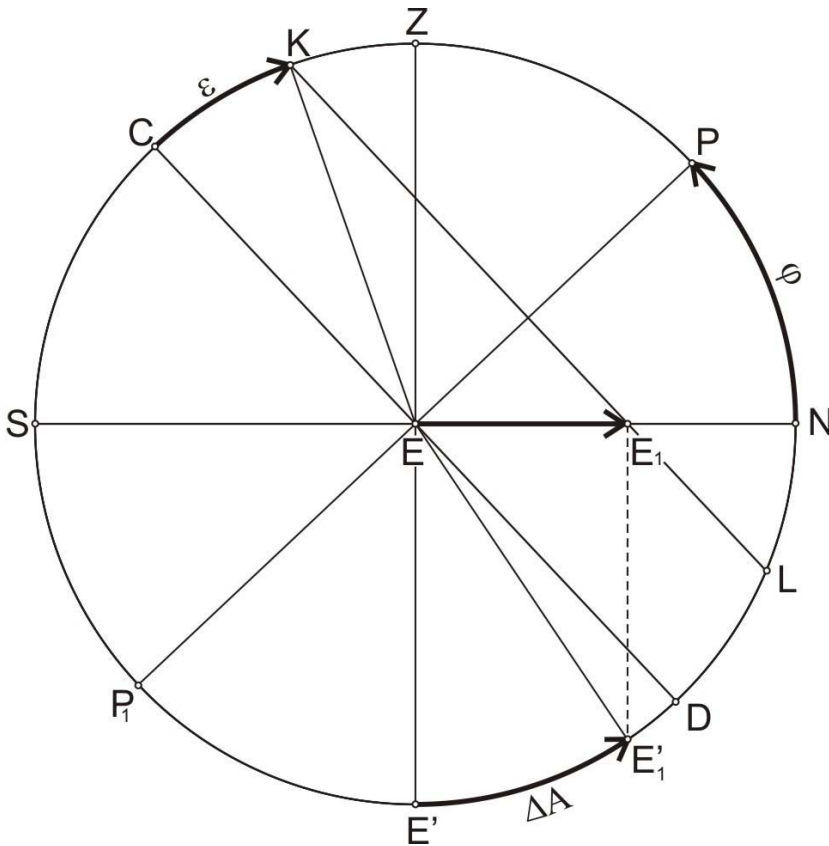
Овај закључак је потврђен непосредном провером која је обављена 21. јуна 2011. године, у тренутку изласка сунца (у 4 h 57 min летњег средњоевропског времена) (сл. 4)⁴.



Слика 4. - Небеске столице, 21. јун 2011. године, 04 h 57 min, летњи солстицијум: сунце је изашло у наставку уздужне осе цркве. Узвишење на хоризонту над којим се појављује сунчев диск јесте планина Ртањ (увећани детаљ, горе десно)

Пошто се црква налази на доминантном узвишењу, источни сектор хоризонта је потпуно отворен, тако да је протомајстор осу цркве могао одредити непосредним посматрањем изласка сунца најдужега дана у години. Поред овог начина, протомајстор је могао било ког другог дана одредити осу геометријском методом, помоћу аналеме, попречне ортографске пројекције небеске сфере (сл. 5). На слици 5, основна кружница је небески меридијан, Z је зенит, SN је хоризонт (подневачка линија), PP_1 је небеска оса, CD је небески екватор, KL је привидна путања сунца летњег солстицијума, E_1 тачка изласка сунца летњег солстицијума, а EE_1 – одговарајућа јутарња амплитуда сунца ΔA .

⁴ Летњег солстицијума, сунце се помаља изнад обриси планине Ртањ. Географски азимут између цркве под Небеским столицама ($43^\circ 15' 43'' N$, $20^\circ 50' 06'' E$) и врха Ртања ($43^\circ 46' 33'' N$, $21^\circ 53' 34'' E$) износи $55^\circ 49'$, што је близу географском азимуту уздужне осе цркве.



Слика 5. - Одређивање јутарње амплитуде сунца на географској ширини (φ) цркве на Небеским столицама помоћу аналеме

Када се раван хоризонта доведе у раван небеског меридијана, могуће је измерити јутарњу амплитуду сунца (угао $E'E_1'$). То је метод који је био добро познат још у старом веку (Тадић, 2006), тако да су га могли користити и средњовековни протомајстори. Није искључено да га је познавао и применио протомајстор цркве на Небеским столицама.

Закључак

По свом облику и правцу, обе разматране ранохришћанске цркве у складу су са црквеним правилима. Најстарији облик хришћанских цркава је *дугуљаст четворокут* (*oblonga*, $\delta\rho\omicron\mu\eta\chi\eta$) или лађа, која се према истоку завршава испупченим полукругом. Апостолске Установе (1. П. с. 67.) одређују у овом погледу ово: „Прво мора бити дом Господњи дугуљаст, поста-

вљен према изласку сунца, са споредним просторијама са обе стране, тако да је сличан лађи” (Мирковић, 1966, 79). Уздужна оса ранохришћанске цркве у долини реке Градац оријентисана је управо тако. Будући да су источни и западни сектори хоризонта потпуно заклоњени, протомајстор је највероватније применио Витрувијеву гномонску методу за одређивање страна света.

Базилика на Небеским столицама је сасвим у складу са црквеним начелима, како по облику и оријентацији, тако и по свом доминантном положају у буквалном и симболичном смислу. Осим тога, тражи се да је црква постављена на *узвишеном месту*. На ово се пазило и у првим вековима хришћанства при градњи храмова, јер је земаљска црква слика цркве Христове, која је положена на стени (Мат. 16, 18), дома Господњег на врх гора (Мих. 4, 1). [...] Потврду наведеног налазимо и код Тертулијана (Adv. Valent. с. 3.) који изрично каже: „наше цркве су подигнуте на узвишеном месту и окренуте су према истоку” (Мирковић, 1966).

Уздужна оса ранохришћанске цркве на Небеским столицама усмерена је ка тачки изласка сунца летњег солстицијума. На тај начин, црква је имала и улогу календара: први сноп сунчевих зрака који би пао у цркву кроз олтарски прозор означавао је најдужи дан у години, дан када сунце постиже највећу подневну висину, када привидно застане и почиње да се „обраћа”. Пошто је источни сектор хоризонта потпуно отворен, протомајстор је осу могао усмерити према излазећем сунцу. Уз то, положај осе је могао одредити и геометријски, помоћу Витрувијеве аналеме.

Надамо се да ће наше анализе две изабране ранохришћанске грађевине бити подстицајне за могућа разматрања оријентација уздужних оса сакралних здања на територији средњовековне Србије, пре свега оних које су подигнуте на старијим култним местима, баштинећи ранија искуства.

Литература

- Тошић, Г., Рашковић, Д. (2007). Ранохришћански споменици на источним падинама Копаоника. *Зборник радова Византолошког института*, 44, 27–45.
- Мирковић, Л. (1966). *Православна литургија или наука о богослужењу православне источне цркве – I*, Београд: Српски архијерејски синод СПЦ.
- Поповић, С. С. (1994). *Крст у кругу – архитектура манастира у средњовековној Србији*. Београд: Републички завод за заштиту споменика, Просвета.
- Гадић, М. (2006). *Птолемејевска географија*. Београд: Завод за уџбенике.

- Тадић, М., Бабић, С. (2010). Оријентација Богородичине цркве манастира Студенице. *Зборник радова Географског факултета*, 58, 1–10.
- Тадић, М., Петровић, А. (2011). Mathematical-geographical analysis of the orientation of st John's church of the Studenica monastery. *Journal of the Geographical Institute "Jovan Cvijić"* 61(1), 1-11. (Available online at www.gi.sanu.ac.rs).

Original scientific article

A MATHEMATICAL AND GEOGRAPHICAL ANALYSIS OF THE ORIENTATION OF TWO EARLY CHRISTIAN CHURCHES IN SERBIA

Milutin Tadić^{*1}, Gordana Gavrić^{**}

* University of Belgrade - Faculty of Geography

** The Institute for Cultural Heritage Preservation Kraljevo

Abstract: Among many medieval sacral edifices there are numerous churches built in old cult sites. In such cases where the medieval churches were preceded by the early Christian churches it is interesting to observe the differences or similarities in their orientation. In order to approach this systematically, it is necessary to start with the analyses of the longitudinal axes of certain Christian basilicas. For this occasion, we have chosen two churches, one in the valley of the river Gradac near Valjevo (6th century) and the other just under the peak, of Kopaonik, in Nebeske Stolice (5th/6th century) on the Kopaonik. Thus, the subject of this paper is the exact analysis of the orientation of the cited edifices. The church located in the valley of the river Gradac has been pretty accurately oriented in the west-eastern direction, with the altar naturally facing the east. Since it is positioned atop a rocky cliff, with the eastern and western part of the horizon completely hidden, it is clear that the builder was unable to follow the sunrise or the sunset, during the laying of the foundation, the builder couldn't be guided by the sunrise or the sunset, but he had to be familiar with the exact methods of orientation. The longitudinal axis of the basilica in Nebeske Stolice, on Kopaonik, is positioned fairly accurately and faces sunset during the summer solstice. As the basilica is positioned on a plateau with an altitude of nearly 1793m, the eastern part of the horizon is completely exposed. This allowed the builder to lay the foundation of the church visually during the dawn of the summer solstice. Other than this possibility, the builder had another, in case he didn't want or couldn't wait for that exact day, and that would be the possibility of determining the direction via the geometric method, using analemma.

Key words: mathematical geography, orientation of churches, Middle Ages, medieval Serbia

Introduction

When doing an exact analysis of the orientation of the longitudinal axes of sacral edifices in medieval Serbia, we shouldn't lose sight of the fact that some of them were built over some older buildings. We should pay special attention to earlier archaeological strata discovered within monastery property, such as Gradac, Mileševa, Arilje, Hilandar, Sv. Nikola and Sv. Bogorodica in Toplica (Popović,

¹ Correspondence to: tadic@gef.bg.ac.rs

1994)... The results of some newer archaeological excavations indicate the necessity of systematic research of sacral medieval architecture in order to discover earlier phases of life. The tradition of the period before the dynasty Nemanjić, that of the Byzantine period and of early Christianity has undoubtedly influenced the orientation of the medieval edifices, thus as our starting point, we take two early Christian monuments, one of which is located in the valley of river Gradac near Valjevo, and another on the archaeological site of Nebeske Stolice on Kopaonik.

The orientation of the early Christian church in the valley of river Gradac

Within the late antique fortress from the 6th century, whose remains of the walls and two towers were preserved, there are the archaeological remains of a church. The site is situated 2,25km upwards from the monastery Ćelije and it's southeast from the village Brangović (44° 13' 18" N, 19° 51' 21" E). A rocky cliff comes down from the southern side and it's picturesquely named Šareno platno (colourful drapery). It is by this place where the church 9m x 13m large is placed, its apse attached to the rocks. This position has caused a complete sheltered condition of the east part of the horizon. On the other hand, the left side of the craggy valley of the river Gradac covers the western part of the horizon (picture 1).

Picture 1. - *The foundation of the church in the valley of the river Gradac: the view of the longitudinal axis facing east (on the left) and west (on the right) (see on page 224)*

On the 7th of May 2011, a measuring was conducted using the gnomonix method (Tadić, Petrović, 2011) (time 15h 10min CET+1, the angle of the shadow $\alpha=34^\circ$, declination of the Sun $\delta=16,81^\circ$, geographical azimuth of the Sun $A=241,8^\circ$). Based on this measuring, a geographical azimuth of the longitudinal axis was determined, $A=96^\circ$. This means that the longitudinal axis of the church deviates 6° from the eastern point, towards southeast. Considering the position of the church, we can say that it is oriented according to the church rules which state that the longitudinal axis must face east, or the sunrise (Mirković, 1996). The possibility that the chief architect oriented the longitudinal axis by observing the sunrise or sunset is ruled out, thus he had to have determined the sides of the world using gnomonix, the Vitruvian method (Tadić, Babić, 2010): firstly, he determined the meridian line via gnomonix (S-N), and then the normal direction of equinox via groma (W-E).

The Orientation of an Early Christian Church on Nebeske Stolice, in Kopaonik

The remains of an early Christian church in Kopaonik are located at the altitude of 1350m southeast of Pančić's peak, just under the rocky cliff Nebeske Stolice (43° 15' 43" N, 20° 50' 06" E) (picture 2). Based on the remaining

fragments of an early Christian floor mosaic, the church was dated back to 5th/6th century (Tošić, Rašković, 2001).

Picture 2. - *The archaeological site on Nebeske Stolice: picture (left) and aerial photograph (right) (see on page 225)*

On the 6th of August 2011, a measuring of the angle of the shadow via gnomonix method was conducted (Tadić, Petrović, 2011) (time 15:00h CET+1, the angle of the shadow $\acute{a}=15^\circ$, the declination of the Sun $\delta=16,627^\circ$, geographical azimuth of the Sun $A=249^\circ$), which provided the basis for determining the geographical azimuth of the longitudinal axis of the church, $A=54^\circ$. This means that the longitudinal axis of the church deviates 36° from the eastern point, facing northeast (picture 3).

Picture 3. - *Sector of an oriented aerial photograph with a marked azimuth of the longitudinal axis of the church under Nebeske Stolice (see on page 226)*

At the latitude of the church ($43^\circ 15' 43''$ N), the rising Sun is the farthest from the eastern point $34,5^\circ$ during the summer solstice. Taking into account that the azimuth of the longitudinal axis of the church cannot be determined with an accuracy larger than one or two degrees (the same reason as with the church in the valley of the river Gradac), we can conclude that the axis of the church in Nebeske Stolice faces the point of sunrise during the summer solstice (picture 3). This conclusion has been confirmed via direct verification done on the 21th of June 2011, at the moment of sunrise (at 4h 57min summer CET) (picture 4).

Picture 4. - *Nebeske Stolice, the 21th of June 2011, 04h 57min, summer solstice the Sun rose in the extension of the longitudinal axis. The Sun disk emerges above an elevation which is, in fact, the mountain Rtanj (enlarged detail, above right) (see on page 227)*

Since the church is positioned on a dominant elevation, the eastern sector of the horizon is completely open, thus the chief architect could have determined the axis of the church by directly observing the sunrise on the longest day of the year. Other than this method, the chief architect could have determined the axis on any other day via geometrical method, using analemma, a diagonal orthographic projection of the celestial sphere (picture 5). In the picture 5, the basic circle is the meridian, Z is the zenith, SN is the horizon, PP_1 is the axis of the celestial sphere, CD is the celestial equator, KL is the apparent orbit of the Sun during the summer solstice, E_1 is the point of the sunrise during the summer solstice and EE_1 is the adequate morning amplitude of the Sun ΔA .

Picture 5. - *The determining of the morning amplitude of the Sun at the latitude (φ) of the church on Nebeske Stolice, via analemma (see on page 228)*

When the plane of the horizon is leveled with the meridian, it is possible to measure the morning amplitude of the Sun (angle $E'E_1'$). It's a method that was well-known even in the antique (Tadić, 2006), thus it could have been used by the medieval chief architects too. It's not ruled out that the chief architect of the church on Nebeske Stolice knew and applied this method.

Conclusion

Both shape and direction of these two churches are in accordance with the church rules. The oldest form of Christian churches is the elongated square (oblonga, ...) or nave, which ends, towards east, with a convex semicircle. The Institutions of the Apostles (1. II c. 67) determine the following in this regard: "First of all, the home of the Lord has to be elongated, facing sunrise, with secondary rooms on both sides, so it resembles a nave" (Mirković, 1966, 79). The longitudinal axis of the early Christian church in the valley of the river Gradac is oriented exactly like this. Due to the fact that the eastern and the western sectors of the horizon are hidden, the chief architect has most likely applied the gnomonix Vitruvian method for the determining the sides of the world. The basilica on Nebeske Stolice is completely in line with the church principles, by shape, orientation and its dominant position in both litteral and symbolic sense. Beside this point, it is required that the church is positioned on an elevated place. When building a church, special attention was paid to this even in the first centuries of christianity, for the earthly church is an image of the church of Christ, which was positioned on a rock (Mat. 16, 18), the home of the Lord on top of hills (Mih. 4.1). [...] The confirmation of this is found with Tertullian (Adv. Valent. C. 3) who clearly states: „our churches were built in an elevated place and face east“ (Mirković, 1966). The longitudinal axis of the early Christian church on Nebeske Stolice faces the point of the sunrise during the summer solstice. Thus, the church had the role of a calender: the first ray of sunlight which would fall in the church through the altar window would mark the longest day of the year, the day when the Sun reaches the highest noon altitude, when it seamingly stops and starts "turning". Since the eastern sector is completely open, the chief architect could have directed the axis towards the rising Sun. Furthermore, he could have determined the position of the axis geometrically, via the Vitruvian analemma. We hope that our analyses of the two chosen early Christian edifices will initiate possible contemplation of the orientation of the longitudinal axes of sacral edifices on the territory of medieval Serbia, above all thos built at old cult sites, preserving previous experience.

References (see on page 229)