

**Милутин Тадић****МАТЕМАТИЧКО-ГЕОГРАФСКИ ПОЛОЖАЈ ЦРНЕ ГОРЕ**

**Извод:** Математичко-географски положај територије добија се одређивањем поља географске координатне мреже у који се та територија уклапа без остатака. Процентуални однос површине територије и површине одговарајућег поља географске мреже може се назвати попуњеношћу поља. Математичко-географски положај дате територије у потпуности је одређен довођењем у везу одговарајуће геометрије дана (трајањем обданице, сумрака, светла и таме) са датим пољем географске мреже.

**Кључне речи:** Црна Гора, математичко-географски положај, поље географске мреже, геометрија дана.

**Abstract:** Mathematical-geographical position of a territory is given by determining the field of geographical coordinate net in which it fits without remnants. Percentage ratio of a territory surface and surface of correspondent field of geographical net can be named field fill. Mathematical-geographical position of the given territory is completely determined connecting corresponding day geometry (duration of the daytime, twilight, daylight and night) to its field of geographical net.

**Key words:** Crna Gora, mathematical-geographical position, field of geographical net, day geometry.

**Математичко-географска попуњеност и уоквиреност Црне Горе**

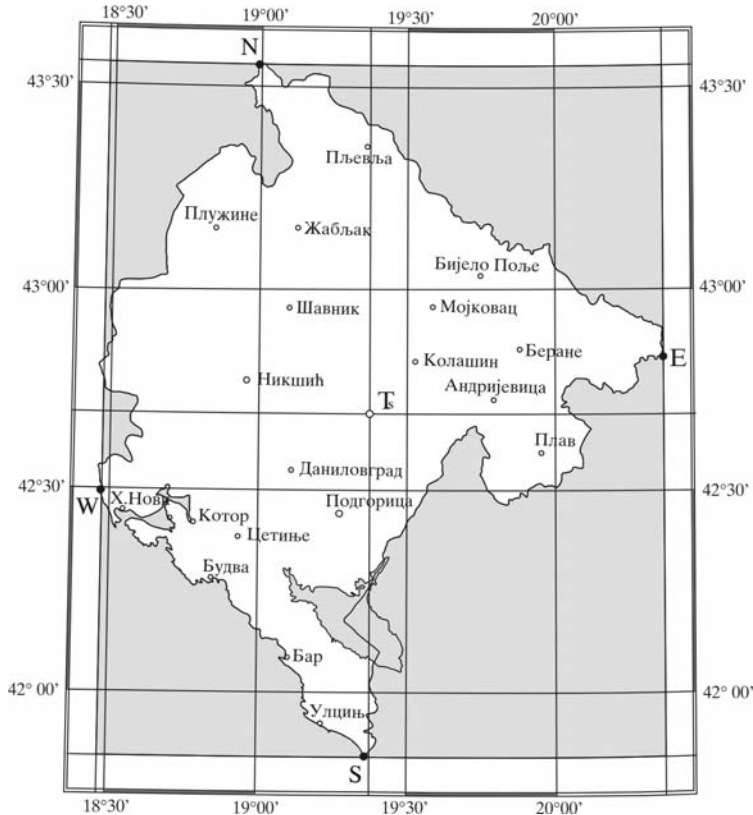
Уопште говорећи, Црна Гора се налази на северној Земљиној полулопти и у северном умереном светлосно-топлотном појасу, као и на источној Земљиној полулопти и у средњоевропској часовној зони. Прецизније, математичко-географски положај Црне Горе одређен је географским координатама њених екстремних тачака: најсеверније (N), најјужније (S), најзападније (W) и најисточније (E). После осамостаљења Црне Горе, најзападнија и најјужнија тачка некадашње Савезне Републике Југославије постале су најзападнија и најјужнија тачка Црне Горе. Географске координате тих тачака тачно су одређене (Мишовић и Ћурчић, 1996): W ( $42^{\circ}29'35''N$ ,  $19^{\circ}24'04''E$ ); S ( $41^{\circ}50'32''N$ ,  $19^{\circ}22'00''E$ ). Најсевернија и најисточнија тачка територије Црне Горе још нису одређене с том тачношћу. У овом раду (таб. 1) коришћене су координате које су дате на званичном сајту Црне Горе – N ( $43^{\circ}32' N$ ,  $18^{\circ}58' E$ ), E ( $42^{\circ}53'N$ ,

## Математичко-географски положај Црне Горе

20°21'Е) уз напомену да на том сајту недостају координате за најзападнију тачку, док координате најјужније тачке нису тачне (помакнута је ка северу тј. „на штету” Црне Горе).

Табела 1. – Географске координате екстремних тачака територије Црне Горе<sup>1</sup>

	N	S	E	W
Опис положаја	7,5 km северно од коте 1 274 m (Руда глава)	Мала ада, на ушћу реке Бојане	7,5 km југоисточно од села Баћ	Код раскршћа путева северно од села Пријевор
Географска ширина (φ)	43°32'	41°51'	42°53'	42°30'
Географска дужина (λ)	18°58'	19°22'	20°21'	18°24'



Слика 1. – Поље географске мреже у које се без остатка uklapa територија Црне Горе

<sup>1</sup> Вредности координата у таб. 1 заокружене су на 1'. Координате најсеверније и најисточније тачке тек треба тачно одредити.

Кроз најсевернију и најјужнију тачку пролазе паралеле, а кроз најзападнију и најјужнију тачку меридијани, чији луци формирају поље географске мреже у које се без остатка уклапа територија Црне Горе, тј, математичко-географски положај Црне Горе одређен је тим пољем (сл. 1). То је сферни трапез код кога је величина основица  $\Delta\lambda = 1^{\circ}57'$ , страница  $\Delta\varphi = 1^{\circ}41'$ , а дијагонала  $D = 2^{\circ}12'39''$ . Изражено у километрима, то износи 139, 4 km (северна основица), 135, 7 km (јужна основица), 216,8 km (страна) и 245,8 km (дијагонала). Најкраће растојање (ортодромско растојање између најсеверније и најјужније тачке износи 190 km, а између најзападније и најјужније тачке 165 km.

Разлика географских дужина је  $\Delta\lambda = 1^{\circ}41'$  што у часовној мери износи 6 минута и 44 секунди. За толико раније изађе Сунце над хоризонтом најисточније тачке Црне Горе у односу на најзападнију тачку.

Средњи меридијан поља географске мреже које одговара Црној Гори је  $\lambda_m = 19^{\circ}22'30''$  и на њему се приближно налазе следећи градови: Лођ (Пољска), Бачка Паланка (Србија) и Ворчестер (Јужноафричка Република). Средња паралела је  $\varphi = 42^{\circ}41'30''$ , а на њој се налазе следећи градови: Приштина (Србија), Софија (Бугарска), Находка (Русија), Сапоро (Јапан), Милвоки и Бафало (САД), Андора ла Вела (Андора) и Бастија (Корзика). На њиховом пресеку налази се средишња тачка поља географске мреже које одговара Црној Гори. У топографском смислу та се тачка налази источно од села Влаховићи (између Влаховића и реке Мораче).<sup>2</sup>

Површина поља географске мреже које одговара Црној Гори износи 29 830, 1 km<sup>2</sup>. Површина Црне Горе је 13 812 km<sup>2</sup>. Процентуални однос те две површине назива се *попуњеност поља* (Тадић, 1997) и у овом случају износи 46,3%. Попуњеност поља је показатељ „прикупљености” неке територије, тј. степена успјешности њене евентуалне одбране. У том смислу користан је и *кофицијент уоквирености територије* (Тадић, 1997) који је једнак односу стварне дужине границе и обима основице калоте чија је површина једнака површини одређене територије. За територију Црне Горе то је калота сферног полупречника  $\rho = 0^{\circ}35'47''$  и обима основице 416,575 km. Према подацима на званичном сајту Црне Горе, укупна дужина њених граница је 907,5 km, тако да коефицијент уоквирености територије Црне Горе износи 2,18.

### Особености античког климата Црне Горе

Упоредо са географским координатама географи су све до краја Средњег века ширински положај места – *климат* (Тадић, 2006) –

---

<sup>2</sup> Ту тачку треба разликовати од *тежишта* територије Црне Горе. Приближно, тежиште се налази на око пола пута између Никшића и Колашина, између планина Маганик и Стожац, у горњем току реке Мртвице.

## Математичко-географски положај Црне Горе

одређивали трајањем најдуже обданице. С обзиром на мало меридијанско протезање Црне Горе, у таб. 2 одређено је трајање најдуже и најкраће обданице на сваких 15' географске ширине.<sup>3</sup>

Табела 2. – Одреднице античког климата Црне Горе (на географској ширини 43°41'30'')

Тачка	Географска ширина	Најдужа обданица h:m	Најкраћа обданица h:m
S	41°51'	15:14	9:08
	42°00'	15:15	9:07
	42°15'	15:17	9:05
	42°30'	15:18	9:04
T <sub>s</sub>	42°41'30''	15:20	9:02
	42°45'	15:20	9:02
	43°00'	15:22	9:00
	43°15'	15:24	8:58
	43°30'	15:26	8:57
N	43°32'	15:26	8:56

Поступајући као антички географи можемо рећи да Црна Гора, са најдужом обданицом од 15 часова и 20 минута (најдужом обданицом у средишњој тачки – T<sub>s</sub> – поља географске мреже које одговара Црној Гори), припада 5. античком климату у кога је Птоlemeј још сврставао Рим, Византију (Константинопољ), Корзику, Хелеспонт, Троју и др.

Поступајући обрнуто, могу се одредити географске ширине унутар поља географске мреже Црне Горе којима одговара задато трајање обданице са порастом од 5 минута (таб. 3; сл. 2).

Табела 3. – Задато трајање најдуже обданице (T<sub>max</sub>) и одговарајуће географске ширине

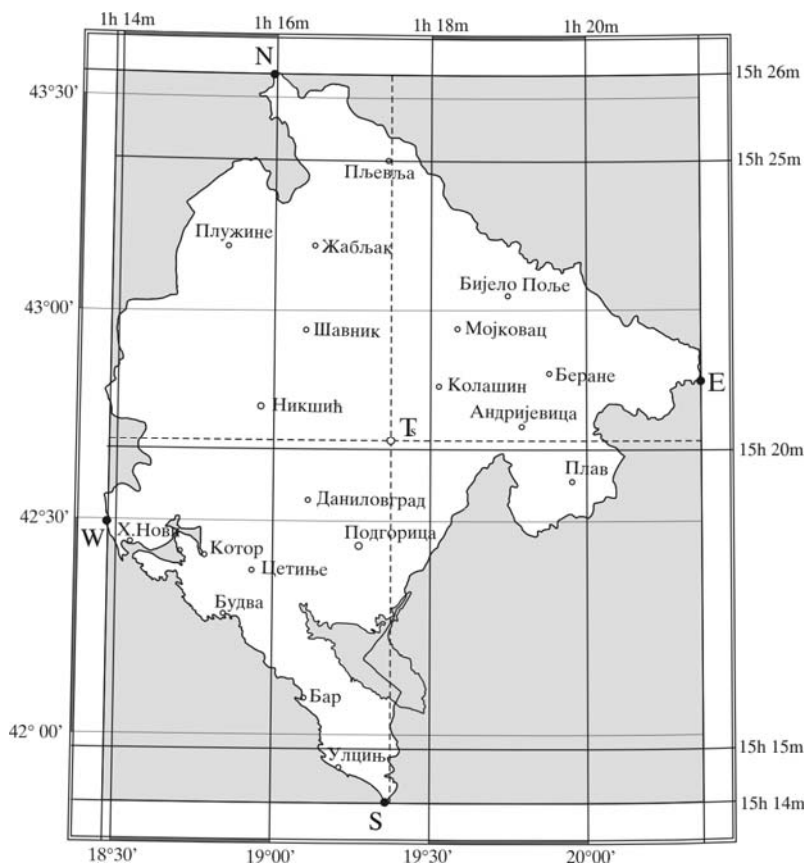
Тачка	N		T <sub>s</sub>			S
T <sub>max</sub>	15:26	15:25	15:20	15:20	15:15	15:14
φ	43°32'	43°21'	42°41'30''	42°40'	41°58'	41°51'

Одређење климата Црне Горе може се допунити екстремним (солстицијским) подневним висинама Сунца над хоризонтом средишње тачке (h<sub>min</sub> = 23°51'30'', h<sub>max</sub> = 70°45'30'') и просечним односом трајања обданице, сумрачног осветљења различитих нивоа и мрклог мрака (Тадић, 1997) (Таб. 4).<sup>4</sup>

<sup>3</sup> Због утицаја астрономске рефракције обданица се продужава тако да је збир најдуже и најкраће обданице већи од 24 часа.

<sup>4</sup> Потребни обрасци могу се видјети код: Тадић, М. (2004): *Математичка географија*, Завод за ученике и наставна средства, Београд.

## Mathematical-geographical position of Montenegro



Слика 2. – Антички климати Црне Горе

Табела 4. – Просечно трајање обданице, сумрака и мрака (у часовима) у Црној Гори (на географској ширини 43°41'30")

Месеци	T	T + S <sub>7</sub>	S <sub>7</sub>	T + S <sub>12</sub>	S <sub>12</sub>	T + S <sub>18</sub>	S <sub>18</sub>	T <sub>1</sub>
I	9,4	10,7	1,2	11,6	2,2	12,8	3,3	11,2
II	10,5	11,7	1,2	12,6	2,1	13,7	3,2	10,3
III	11,9	13,0	1,1	13,9	2,0	15,1	3,2	8,9
IV	13,4	14,5	1,2	15,5	2,2	16,8	3,4	7,2
V	14,6	15,9	1,3	17,0	2,4	18,6	4,0	5,4
VI	15,3	16,7	1,4	17,9	2,7	19,8	4,5	4,2
VII	15,0	16,3	1,3	17,5	2,6	19,2	4,2	4,8
VIII	13,9	15,1	1,2	16,2	2,3	17,5	3,6	6,5
IX	12,5	13,7	1,1	14,6	2,1	15,8	3,2	8,2
X	11,1	12,2	1,1	13,1	2,0	14,2	3,1	9,8
XI	9,8	11,0	1,2	12,0	2,1	13,1	3,3	10,9
XII	9,1	10,4	1,3	11,4	2,2	12,5	3,4	11,5
Година	12,2	13,4	1,2	14,5	2,2	15,7	3,5	8,3

## Математичко-географски положај Црне Горе

### Легенда:

- T – Обданица (временски размак између изласка и заласка Сунца).  
 T+ S<sub>7</sub> – Дневно осветљење (обданица + јутарњи и вечерњи грађански сумрак); док траје вечерњи грађански сумрак довољно је светло да се може читати без вештачког светла.  
 S<sub>7</sub> – Грађански сумрак (јутарњи + вечерњи)  
 T+ S<sub>12</sub> – Обданица + јутарњи и вечерњи наутички сумрак  
 S<sub>12</sub> – Наутички сумрак (јутарњи + вечерњи); на истеку вечерњег наутичког сумрака још се јасно уочава само линија хоризонта.  
 T+ S<sub>18</sub> – Обданица + јутарњи и вечерњи астрономски сумрак  
 S<sub>18</sub> – Астрономски сумрак (јутарњи + вечерњи); с престанком вечерњег астрономског сумрака почиње мркла ноћ.  
 T<sub>1</sub> – Прави мрак (мркли мрак); временски размак између краја вечерњег астрономског сумрака и почетка јутарњег астрономског сумрака.

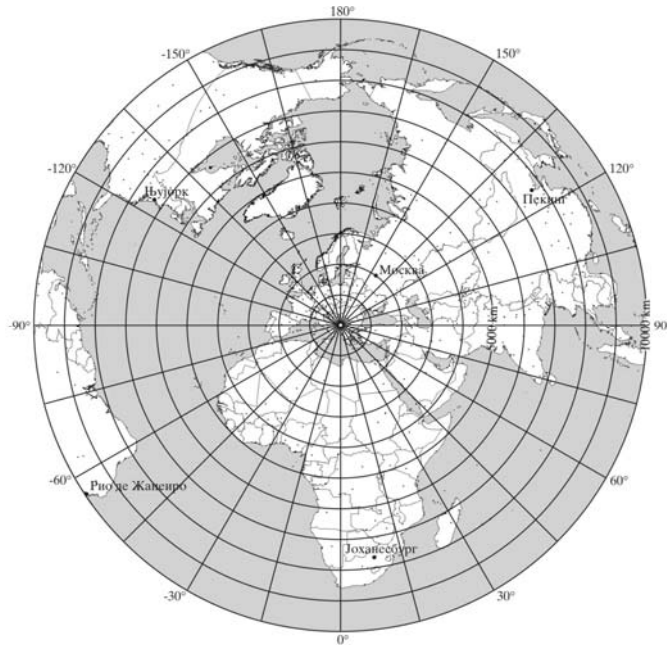
### Математички хоризонт Подгорице

Свака тачка на сферној површи може се посматрати као њен центар. Посматрајући тако Подгорицу (42°26'N, 19°16'E), она је пол Земљине полулопте чија је основна кружница – математички хоризонт. Математички хоризонт се може одредити на неколико начина (Тадић, 2000). У таб. 5 дате су географске ширине тачака пресека математичког хоризонта Подгорице са меридијанима на сваких 15° географске дужине, а на сл. 3 у Постеловој пројекцији приказана је Земљина полулопта са Подгорицом као конструкционим полом (основна кружница карте јесте математички хоризонт Подгорице).

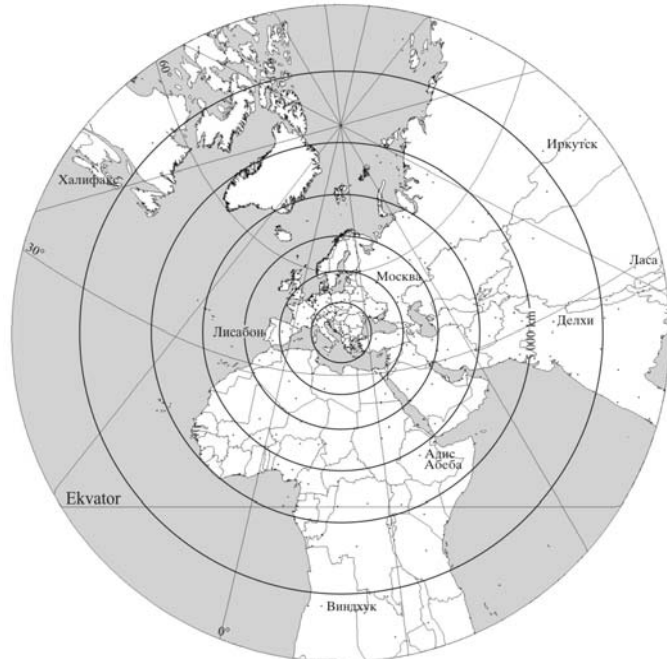
Табела 5. – Географске координате тачака пресека математичког хоризонта Подгорице са меридијанима на сваких округлих 15° географске дужине

λ°	φ°	λ°	φ°
		0	-45,6
-180	45,6	15	-47,2
-165	47,2	19,375	-47,3
-150	46,8	30	-46,8
-135	44,3	45	-44,3
-120	39,4	60	-39,4
-105	31,5	75	-31,5
90	-19,8	90	-19,8
75	-31,5	105	-4,7
60	-39,4	120	11,3
45	-44,3	135	25,1
30	-46,8	150	35,2
15	-47,2	165	41,8
0	-45,6	180	45,6

## Mathematical-geographical position of Montenegro



Слика 3. – Карта Земљине полулопте у Постеловој пројекцији са Подгорицом као конструкционим полом



Слика 4. – Карта Земљине полулопте у гномонској пројекцији са Подгорицом као конструкционим полом (приказ је ограничен алмукантаром  $z = 60^\circ$ )

## Математичко-географски положај Црне Горе

Осим картографске мреже коју чине меридијани и паралеле, на приложеној карти (сл. 3) уцртана је и хоризонтска картографска мрежа коју чине вертикали (на сваких  $15^\circ$  – као праве које се радијално разилазе из Подгорице као конструкционог пола) и алмукантарати (на сваких 1 000 km – као концентричне кружнице описане из Подгорице као конструкционог пола). Будући да Постелова картографска пројекција спада у групу азимутних пројекција и да је еквилистантна правцем вертикала, на приложеној карти (сл. 3) сачувани су географски азимути и најкраћа растојања свих приказаних тачака у односу на Подгорицу.

На сл. 3 уцртано је само пет светских градова. Њима се могу додати и остали градови на основу њихових географских или хоризонтских координата ( $z$ ,  $\alpha$  – најкраће растојање и азимут) (таб. 6). Ако се жели видети и протезање осталих најкраћих путања (ортодрома), а не само оних у односу на Подгорицу, онда треба урадити карту у гномонској картографској пројекцији (сл. 4).

Табела 6. – Најкраће удаљености ( $z$ ) и географски азимути ( $\alpha$ ) неких светских градова у односу на Подгорицу

Град	$\varphi$	$\lambda$	$z$ (km)	$\alpha$ °
Београд	44°48'	20°29'	281	20
Москва	55°45'	37°34'	1 978	35
Пекинг	39°54'	116°28'	7 643	55
Сиднеј	-33°52'	151°12'	15 661	91
Хонолулу	21°19'	-157°52'	12 946	367
Кејптаун	-33°55'	18°22'	950	185
Рио де Жанеиро	-22°54'	-43°10'	9 517	304
Хавана	23°08'	-82°22'	9 181	295
Њујорк	40°45'	-73°58'	7 318	304
Сан Франциско	37°48'	-122°30'	10 284	331
Јерусалем	31°46'	353°14'	1 840	55
Лондон	51°31'	00°06'	1 761	312
Париз	48°51'	02°21'	1 490	304



### Закључак

Математичко-географски положај Црне Горе одређен је пољем географске мреже у које се без остатка уклапа њена територија. Средишња тачка те територије одређена је географским координатама  $\lambda_S = 19^\circ 22' 30''$ ,  $\varphi_S = 42^\circ 41' 30''$ . Тој географској ширини одговара геометрија сунца са најдужом обданицом од 15 часова и 20 минута и солстицијским подневним висинама Сунца  $h_{\min} = 23^\circ 51' 30''$  и  $h_{\max} = 70^\circ 45' 30''$ . Математичко-географска попуњеност поља је 46,3%, док је коефицијент уоквирености територије 2,18. Главни град Црне Горе, Подгорица, јесте сферни пол Земљине полулопте која укључује цели Стари свет, Англоамерику и северни део Јужне Америке.

### Литература

- Мишовић, Д. С. и Ђурчић, П. (1996). *Топографија*. Београд: Полицијска академија.
- Радојичић, Б. (1996). *Географија Црне Горе*. Никшић: Унирекс.
- Тадић, М. (19974). Геометрија дана на географској ширини  $\varphi = 42^\circ 30'$ . У *Физичко-географски процеси на Косову и Метохији II* (стр. 7–14). Приштина.
- Тадић, М. (2000). Одређивање математичког хоризонта за задати конструкциони пол. *Глобус*, 27, 153–162.
- Тадић, М. (2004). *Математичка географија (увод у географију I)*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Тадић, М. (2006). *Птолемејевска географија*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства.
- Tadić, M. (1997). Mathematical-geographical Position of SR Yugoslavia and Republika Srpska, *Univ. Thought, Nat. Sci.*, 4 (2), 67-72.

**Milutin Tadić**

**MATHEMATICAL-GEOGRAPHICAL POSITION OF MONTENEGRO**

**Summary**

Montenegro is located on northern and eastern Earth's hemisphere, in northern moderate light-heat belt and Central European time zone, in the field of geographical network, which is determined by span of geographical longitudes  $\lambda = 1^{\circ}41'$ , span of geographical latitudes  $\varphi = 1^{\circ}57'$  and central point  $T_S$  ( $42^{\circ}41'30''N$ ,  $19^{\circ}22'30''E$ ), which suits the fifth antique climate and the longest day of 15 hours and 20 minutes.